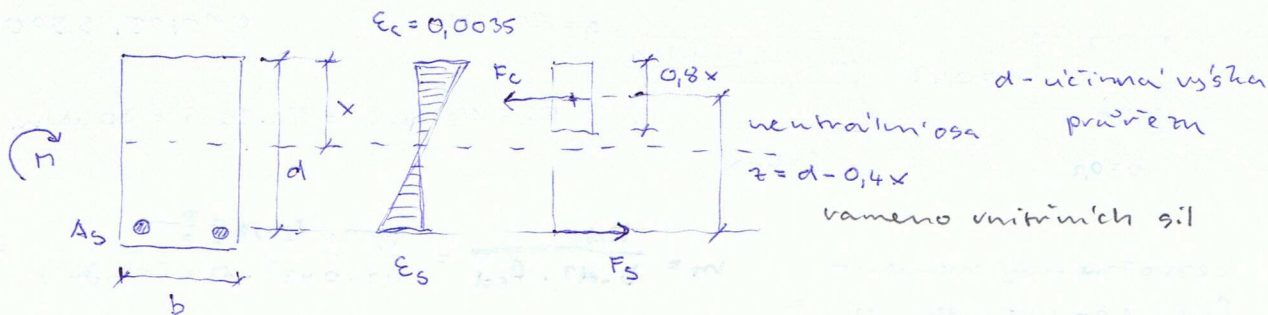


ŽELEZO BETONOVÝ PRŮŘEZ PŘI OHYBU



navrhové hodnoty vnitřních sil

$$F_{cd} = 0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}$$

$$F_{sd} = A_s \cdot f_{yd}$$

$$f_{cd} = d \cdot f_c / \gamma_{m1} \quad (\text{navrhová pevnost betonu}) \quad \gamma_{m1} = 1,5$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (\text{navrhová pevnost oceli}) \quad \gamma_s = 1,15$$

podmínky rovnováhy

$$F_{cd} = F_{sd}$$

$$0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$$

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

výška tláčené zóny

$$z = d - \frac{A_s \cdot f_{yd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

rameno vnitřních sil

$$M_d = z \cdot F_{sd}$$

\Rightarrow

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{A_s \cdot f_{yd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right)$$

ohyb jednotk.

vytuž. průřezu

zjednodušené vztahy pro výpočet vytuž.:

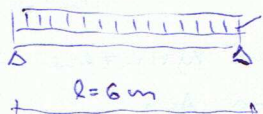
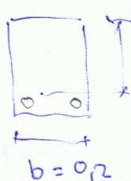
$$z \approx 0,9d$$

$$A_s \approx \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}}$$

ohyb nosníkem - aproximace

$$M_d \approx z \cdot A_s \cdot f_{yd}$$

! PŘÍKLAD - VÝTUŽ OBDELNÍKOVÉHO PRŮŘEZU, PROSTÝ OHYB



$$q = 20 \text{ kN/m}$$

$$C 20/25, S 500$$

rozměry + materiál + moment

$$M_d = 1/8 \cdot q \cdot l^2 = 1/8 \cdot 20 \cdot 6^2 = 90 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 1 \cdot f_{ck} / \gamma_c = 1 \cdot 20 / 1,5 = 13,3 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 2,2 \text{ (tab.)}$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa}$$

$$z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 0,42 = 0,378$$

$$A_s = \frac{M_d}{z \cdot f_{yd}} = \frac{0,090 \text{ [kNm]}}{0,378 \cdot 434,8} = 0,000547 \text{ m}^2$$

stupeň vytuž.:

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{0,000547}{0,2 \cdot 0,42} = 0,0066$$

tg. 0,66%

minimální stupeň vytuž.:

$$A_{s \text{ min}} = 0,26 \cdot (b \cdot d) \cdot f_{ctm} / f_{yk} = 0,26 \cdot 2,2 / 500 = 0,0011$$

$$A_{s \text{ min}} > 0,0013 \cdot (b \cdot d) \Rightarrow 0,13\% \checkmark \text{ platí vyšší hodnota}$$

$$0,66\% > 0,13\%$$

$\xi_{\text{max}} = 0,45$ pro betony do C 35/45

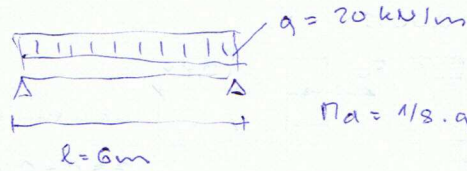
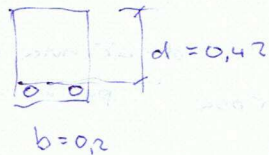
$$\xi = \frac{x}{d} \quad x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{0,000547 \cdot 434,8}{0,8 \cdot 0,2 \cdot 13,3} = 0,112$$

$$\xi = \frac{0,112}{0,42} = 0,27 < 0,45$$

$$\rho_{\text{max}} = \xi_{\text{max}} \cdot 0,8 \cdot f_{cd} / f_{yd} = 0,27 \cdot 0,8 \cdot 13,3 / 434,8 = 0,011 \Rightarrow 1,1\% > 0,66\%$$

vyhovuje

! PŘÍKLAD - OBECNÝ POSTUP NÁVRHU OBDELNÍKOVÉHO PRŮŘEZU



C 20/25, S 500

$$M_d = 1/8 \cdot q \cdot l^2 = 1/8 \cdot 20 \cdot 6^2 = 90 \text{ kNm}$$

bezrozměrný moment

$$f_{cd} = 1 \cdot 20 / 1,5 = 13,3 \text{ MPa} \quad \nabla$$

$$\xi_{max} = 0,45 \text{ pro C 20/25}$$

$$m = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{0,090 \text{ [MNm]}!}{0,2 \cdot 0,42^2 \cdot 13,3 \text{ [MPa]m}^2} = 0,19$$

$$m_{max} = 0,8 \cdot \xi_{max} (1 - 0,4 \xi_{max}) = 0,295$$

$m < m_{max}$ vyhovuje

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,19} = 0,21$$

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 434,8 \text{ MPa} \quad \nabla$$

$$A_s = \frac{\omega \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} = \frac{0,21 \cdot 13,3 \cdot 0,2 \cdot 0,42}{434,8} = 0,00054 \text{ m}^2$$

$$\omega_{max} = 0,36$$

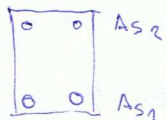
omezení plochy vyztuže

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{0,00054}{0,2 \cdot 0,42} = 0,0066 \text{ tj. } 0,66\%$$

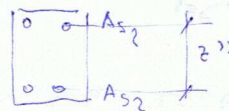
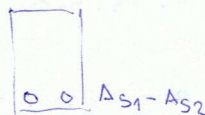
$$\rho_{min} = 0,13\% \text{ (nebo } A_{smin} = 0,26 \cdot (b \cdot d) \cdot f_{ctm} / f_{yk} \text{ na předchozí stránce)}$$

$$\rho_{max} = 1,1\% \text{ (výpočet na předchozí stránce) vyhovuje } \Rightarrow 0$$

OBOUSTRANNĚ VYBŮŽENÝ PRŮŘEZ



=>



$$M_d = M_d' + M_d''$$

$$M_d' = M_d - M_d''$$

$$M_d'' = A_{s2} \cdot f_{yk} \cdot z''$$

vzdělíme prvek na 2 jednostranně vyztužené průřezy

záporná vyztuž As2 je asi polovina As1

=> ve výjimečných případech, pokud chceme omezit rozměry nosných prvků

(přičinliví vyztuž do tlakové zóny kompenzují neúčinnou výšku

výpočet plochy vyztuže As1

nejdříve vypočítat momenty Md' a Md''

$$m' = \frac{M_d'}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$m' < m_{max} = 0,3$$

$$\omega' = 1 - \sqrt{1 - 2m'} \quad \omega' < \omega_{max} = 0,36$$

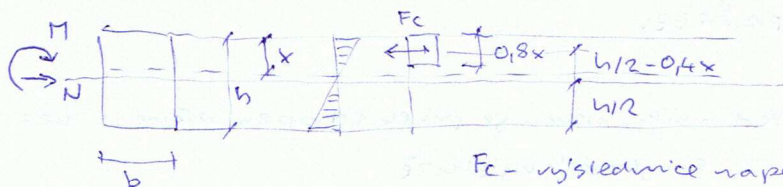
$$A_{s1} - A_{s2} = \frac{\omega' f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \quad \checkmark$$



to same pro T- průřez

KOMBINACE MOMENTU A NORMÁLOVÉ SÍLY

kyka se sloupi (od kórného zatížením)



F_c - výslednice napětí v tlačné zobe betonu

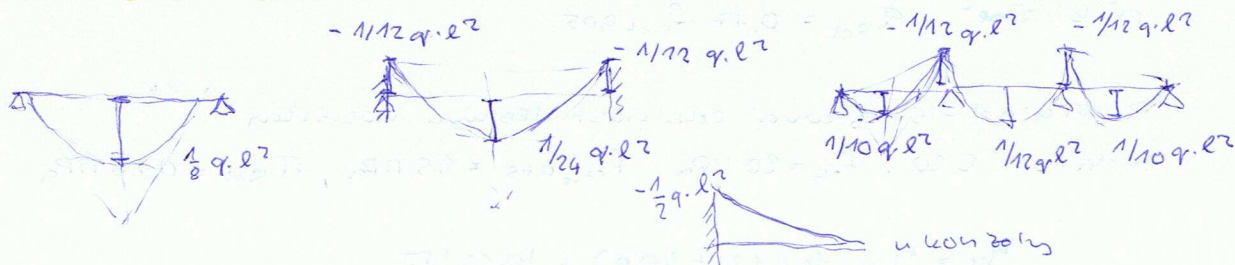
$$M_d = (0,5h - 0,4x) \cdot 0,8x \cdot b \cdot f_{cd}$$

$$N_d = F_c \quad N_d = 0,8x \cdot b \cdot f_{cd} \quad \Rightarrow \quad x = N_d / (0,8b \cdot f_{cd})$$

bezrozměrné veličiny $m = \frac{M_d}{b h^2 \cdot f_{cd}} \quad n = \frac{N_d}{b h \cdot f_{cd}}$

po dosazení $m = 0,5 (n - n^2)$

VYKRESLENÍ MOMENTŮ (sposi te zatížením)



! CENTRICKÝ ZATÍŽENÝ KRÁTKÝ SLOUP

$$N_d = 0,8 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 0,8 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}$$

některé parametry uvádějí: $f_{yd} < 400 \text{ MPa}$ (podmínka)

\Rightarrow výpočet - stanovte rozměry sloupu

Zadáno: $N_d = 1000 \text{ kN} = 1 \text{ MN}$ ∇ PŮTOR NA SEDNOUTÍ ∇

$$f_{yd} = 500 / 1,15 = 435 \text{ MPa}, \quad f_{cd} = 20 / 1,5 = 13,3 \text{ MPa}$$

volíme stupeň vyztužení $A_s \approx 0,01 b \cdot h < 0,08 b \cdot h$

$$b^2 = h^2 = N_d / (0,01 \cdot f_{yd} + 0,8 f_{cd}) = 1 / (0,01 \cdot 435 + 0,8 \cdot 13,3) = 0,067$$

$$b^2 = h^2 = 0,067$$

$$b = h = \sqrt{0,067} = 0,258 \quad \Rightarrow \text{ zvolíme } b = 0,3 \text{ m} > 0,20 \text{ m (min.)}$$

vyhovuje

pokud známe A_s , můžeme navrhnout rozměr čtvercového sloupu

$$b^2 = h^2 = (N_d - A_s \cdot f_{yd}) / (0,8 \cdot f_{cd})$$

SMYKOVÁ PEVNOST PRŮŘEZU

$$V_c = \tau_c \cdot b_w \cdot d$$

V_{cd} - síla, kterou je prvek schopen přenést bez smykové vyztuže

$$\tau_c = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho_i) + 10,15 \sqrt{\sigma_{cp}}$$

odhad $\tau_c = 1,6 \tau_{Rd} = 0,27 f_{ctk,905}$

τ_c - návrhová smyková pevnost betonu ($\leq 0,41$ MPa)

$k = 1$ vliv rozměru

$\rho = 0,01$ stupeň vyztužení

$\sigma_{cp} = 0$ tlakové napětí v prvků od vnějšího zatížení

$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctk,905} / \gamma_c$ návrhová pevnost betonu ve smyku
přibližně $\tau_{Rd} = 0,17 f_{ctk,905}$

⇒ příklad - smyková odolnost desky nosičen

zadáno: C 20, $f_{ctk} = 20$ MPa, $f_{ctk,905} = 1,5$ MPa, $\tau_{Rd} = 0,26$ MPa

$$\tau_c = \tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \rho) + 10,15 \sqrt{\sigma_{cp}}$$

$$\tau_{Rd} = 0,17 \cdot 1,5 = 0,26$$

$$\tau_c = 0,26 \cdot 1 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,01) + 0 = 0,416 \text{ MPa} \quad \left. \begin{array}{l} \text{odhad} \\ \tau_c = 1,6 \cdot 0,26 = 0,416 \end{array} \right\}$$

nosník $b_w = 0,30$ m, $d = 0,40$ m, $\rho = 0,01$

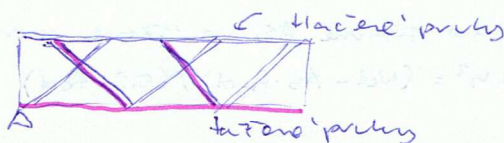
$$V_c = \tau_c \cdot b_w \cdot d = 0,416 \cdot 0,3 \cdot 0,4 = 0,050 \text{ MPa} = 50 \text{ kPa}$$

nosník $b_w = 1,0$ m, $d = 0,17$ m, $\rho = 0,01$

$$V_c = \tau_c \cdot b_w \cdot d = 0,416 \cdot 1,0 \cdot 0,17 = 0,071 \text{ MPa} = 71 \text{ kPa}$$

★ jestliže je smyková síla V_{sd} větší než V_{cd} (V_{Rd1}) je nutno prvek opatřit smykovou vyztuží, která přeneší část V_{sd}
 $V_{Rd1} + V_{cd} \geq V_{sd}$

příhradová analogie



! **SPYK - PŘÍKLAD KE ZKOUŠCE** (vypočítat výšku desky)

Odhadněte nutnou účinnou výšku desky d o rozpětí 6 m pro stálé zatížení 7 kN/m^2 ($\gamma_g = 1,35$) a účinné zatížení 3 kN/m^2 ($\gamma_q = 1,5$), tak aby nebyla nutná smyková výztuž.

Uvažujte návrhovou pevnost desky $f_{ctd} = 0,42\text{ MPa} = 420\text{ kPa}$ (beton C20, $\rho = 0,01$, $\sigma_{cp} = 0$).

Návrhové spojité zatížení na 1 m šířky desky

$$w = (1,35 \times 7 + 1,5 \times 3) = 13,95 \approx 14\text{ kN/m}$$

Smyková síla u podpory $V = 6 \times 14,0 / 2 = 42\text{ kN}$

stálé zatížení $1,35$
účinné $1,5$

$$V_{sd} = 14\text{ kN/m} \quad (\text{smyková síla})$$

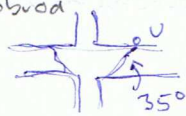
$$V_{ed} = V_{sd} \quad V_{ed} = f_{ctd} \cdot b \cdot d$$

$$V_{ed} = 420\text{ kPa} \cdot 1,0 \cdot d = 420d\text{ kN} \quad \Rightarrow \quad d = V_{ed} / 420 = 42 / 420 = 0,10\text{ m}$$

! **DESKA BEZ SPYKOVÉ VÝZTUŽE**

$$V_{rd1} = f_{ctd} \cdot u \cdot d$$

kritický obvod



f_{ct} smyk. pevnost desky [MPa]

$$f_{ctd} = f_{ctk} \cdot k (1,2 + 40\rho_i)$$

smyková pevnost desky

$$f_{ctk} = 0,25 f_{ctk,0,05} / \gamma_c$$

zákl. návrhová pevnost na protlačení

$$k = (1,6 - d)$$

součinitel vlivu vztlaku

(střezení vyztužením = 0)

\Rightarrow příklad $d = 0,2$; $k = 1,4$; $\rho_i = 0,01$; beton C40/50 ($f_{ctk,0,05} = 2,5/1,5$)

$$f_{ctd} = f_{ctk} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_i)$$

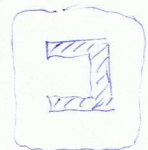
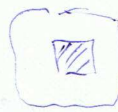
$$f_{ctk} = 0,25 \cdot 2,5/1,5 = 0,94\text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = 0,94 \cdot 1,4 \cdot 1,6 = 2,1\text{ MPa}$$

\Rightarrow kruhový sloup $b = 0,3\text{ m}$ (+ přechozí)

$$u = \pi \cdot (b + 3d) = 2,8\text{ m}$$

$$V_{rd1} = 2,1 \cdot 2,8 \cdot 0,2 = 1,18\text{ MN} \quad u = 2a + 2b + 3\pi d$$



$$u = 2a + 2b + 3\pi d$$

$$u = \pi (b + 3a)$$

VÝPOČTY ZE CVIČENÍ NK2

- návrh ohybové vyztuže desky (za b dosazuje 1m)

$$m = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad \nabla \text{pořad dosadit moment v MNm při } 90 \text{ kNm} \\ \text{(bezrozměrný moment)} \quad 0,090 \text{ MNm}$$

$$w = 1 - \sqrt{1 - 2m}$$

$$A_s = \frac{w \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}}$$

posouzení

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$> \rho_{min} = 0,0013 \text{ nebo } 0,13\%$$

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

$$< \rho_{max} = 0,04 \quad ??$$

→ navržené plochy vyztuže

∇ posouzení + moment na mezi únosnosti ∇

≥ přednášek 1,1%

- návrh ohybové vyztuže průvlaku

stejný postup, jen

$$\rho_{min} = \frac{h_p}{f_{yk}}$$

$$\rho_{max} = \xi_{max} \cdot 0,8 \cdot f_{cd} / f_{yd}$$

$$\xi_{max} = 0,45$$

∇ moment na mezi únosnosti ∇

(pro betony do C 35/45)

(navržený) $N_{rd} = A_{sh} \cdot f_{yd} \cdot z \geq N_{sd}$ (počítání)

$$z \approx 0,9d$$

- návrh vyztuže sloupu

$$\text{stíhlost sloupu} \quad \lambda_{\square} = \frac{l_0 \sqrt{12}}{h = b}$$

l_0 - výška sloupu podle uložení

$$\lambda_{\square} \leq 25 + 30$$

$$l_0 = (0,7 + 0,8) \bar{l}$$

$$N_{sd} = 0,8 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} = 0,8 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{N_{sd} - 0,8 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\text{podmínka} \quad 0,003 \cdot A_c \leq A_{sh} \leq 0,08 \cdot A_c$$

$$\text{posouzení} \quad N_{rd} = 0,8 \cdot b \cdot h \cdot f_{cd} + A_{sh} \cdot f_{yd}$$

$$N_{rd} \geq N_{sd}$$

ZÁKLADNÍ ROZMĚRY BETONOVÝCH NOSNÝCH PRVKŮ

deska - prostě uložena' spojité, větvené kontrolové 1110	1125 - 1120 vzporna 1/33 - 1/30	(min 50mm) (nad s.v. 1,5m 70mm) (50mm)
trámy - prostě kontrolové 1110	1115 - 1112	(b = 0,33 - 0,4 h)
((stěsní jsou vždy o něco silnější))		
sloupy - min 200 x 200 mm u betonovaných na stavěmišti 140 mm u prefabrikovaných		
průřezní hodnoty	svislicích průřezů počátkem průhybu od stálých zatížení	L/300 - L/500
	celkový průhyb bez nadvyšemi	L/250 - L/350
	celkový průhyb	L/250 - L/350

ZÁKLADNÍ VZTAHY - AKTUALIZACE 2006

Namáhání	Návrhová odolnost	Formální
Opět jednostranné výztuženého nosníku	$M_{ed} = A_{st} \cdot \sigma_{st} \cdot \left(1 - \frac{A_{st} \cdot \sigma_{st}}{50 \cdot f_{ctd}}\right) \cdot l$	d účinná výška
Opět nosníka	$M_{ed} = A_{st} \cdot \sigma_{st} \cdot l$	$\leq 0,9 \cdot d$ rameno vnitřních sl
Centricky zatížený krátký sloup	$N_{ed} = \sigma_{bc} \cdot A_{br} + A_{st} \cdot \sigma_{st}$	redukce deformaci betonu
Smyk nosníka bez smykové výztuže	$V_{ed} = \tau \cdot b \cdot d$	$\tau = \tau_{sd} \cdot (1 + 40 \rho)$ $\tau \leq 1,0 \cdot \tau_{sd}$
Protlačení desky bez smykové výztuže	$N_{ed} = \tau \cdot b \cdot d$	u délky kritického

KOMBINACE MOMENTU A NORMÁLOVÉ SÍLY

$$M_d = (0,54 - 0,4 \cdot x) \cdot 0,8 \cdot b \cdot f_{cd} \quad (\text{rameno } 0,54 - 0,4 \cdot x)$$

$$N_d = 0,8 \cdot b \cdot f_{cd}$$

Základní vztahy pro odolnost

Nmáhání	Návrhová odolnost	Poznámky
Ohyb jednostranné vyztuženého nosníku	$M_{Rd} = A_s f_{yd} \left(d - \frac{A_s f_{yd}}{2b f_{cd}} \right)$	d účinná výška
Obyb nosníku, aproximace	$M_{Rd} \approx z A_s f_{yd}$	$z \approx 0,9 d$ rameno vnitřních sil
Centricky zatížený krátký sloup	$N_{Rd} = 0,8 A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$	0,8 redukce pevnosti betonu
Smyk nosníku bez smykové výztuže	$V_{Rd} = \tau_c b d$	$\tau_c \approx \tau_{Rd} k (1 + 40 \rho)$ $k \approx 1,6 - d$
Protlačení desky bez smykové výztuže	$V_{Rd} = \tau_c u d$	u délka kritického obvodu
Sloup z prostého betonu	$N_{Rd} = b h_w f_{cd} \Phi$	$\Phi = 1,14 (1 - 2 e_{rel}/h_w) - 0,02 l_0/h_w \leq (1 - 2 e_{rel}/h_w)$

ČELEZTO DE TOLOUT' PRŮMĚR PRŮ 0,14750

$$F_{cd} = 0,8 \times b \cdot f_{cd} \quad f_{cd} = d \cdot f_c / \gamma_m \quad \gamma_m = 1,5$$

$$F_{gd} = A_s \cdot f_{yd} \quad f_{gd} = f_{yk} / \gamma_s \quad \gamma_s = 1,15$$

$$F_{cd} = F_{gd} \Rightarrow x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\eta d = z \cdot F_{gd}$$

$$\eta d = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{A_s \cdot f_{yd}}{2 \cdot b \cdot f_{cd}} \right)$$

vjednodušeně $z \approx 0,9 d$

$$\eta d \sim \frac{A_s \cdot f_{yd}}{z \cdot b \cdot f_{cd}}$$

MINIMÁLNÍ VÝZTUŽE

$$m = \frac{\eta d [N/mm^2]}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$w = 1 - \sqrt{1 - 2m}$$

$$A_s = \frac{w \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d}{f_{yd}} \quad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$h = \frac{N d}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$$

Základní vztahy – aktualizace 2006

Nmáhání	Návrhová odolnost	Poznámky
Ohyb jednostranně vyztuženého nosníku	$M_{Rd} = A_s f_{yd} \left(d - \frac{A_s f_{yd}}{2b f_{cd}} \right)$	d účinná výška
Obyb nosníku, aproximace	$M_{Rd} \approx z A_s f_{yd}$	$z \approx 0,9 d$ rameno vnitřních sil
Centricky zatížený krátký sloup	$N_{Rd} = a_{ec} A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$	a_{ec} redukce pevnosti betonu
Smyk nosníku bez smykové výztuže	$V_{Rd} = \tau_c b d$	$\tau_c \approx \tau_{Rd} k (1 + 40 \rho)$ $k \approx 1,6 - d$
Protlačení desky bez smykové výztuže	$V_{Rd} = \tau_c u d$	u délka kritického obvodu
Sloup z prostého betonu	$N_{Rd} = b h_w f_{cd} \Phi$	$f_{cd} = 0,8 f_{ck} / \gamma_c$ $\Phi = 1,14 (1 - 2 e_{rel}/h_w) - 0,02 l_0/h_w \leq (1 - 2 e_{rel}/h_w)$

ZÁKLADOVNÍ PRŮMĚR Z PROSTÉHO BĚTONU

$$0,135 h f / a = \sqrt{(3,5 \gamma_{sd} / f_{ctd})} \quad h f > 2 a$$

γ_{sd} - návrh. hodnota normálového napětí v základ. sp

f_{ctd} - návrhová hodnota pevnosti betonu v tahu

EXCENTRICITU MAXIMÁLNÍ OBDELMIKOVÝ PRŮŘEZ

$$N_{ed} = \eta f_{cd} = \eta f_{cd} \cdot b \cdot (h_w - 2a)$$

ηf_{cd} - návrh. účinná pevnost betonu v tlaku

$$w = 2a + 2b + 3 \pi d \quad \eta = \pi (b + 3d) \quad \text{kritický obvod}$$

MINIMÁLNÍ A MAXIMÁLNÍ STUPEŇ VÝZTUŽE

$$A_{smin} = 0,26 b \cdot d \cdot f_{ctm} / f_{yk}$$

$$A_{smin} > 0,0013 b \cdot d$$

$$\rho_{max} = 0,145 \quad (\text{betony do C 35/45})$$